

The approach for analysis of dynamic stability of parabolic shells in supersonic stream is suggested. The assumed mode method is used to analyze the dynamics of parabolic shells. The structure vibrations are described by finite DOF dynamical system. The characteristic exponents are calculated to analyze stability of trivial equilibrium.

**Key words:** dynamic stability, parabolic shell, supersonic stream.

УДК 539.3

**А. Н. ШУПИКОВ**, д-р техн. наук, профессор, ИПМаш НАН Украины, Харьков

**С. Ю. МИСЮРА**, аспирант, ИПМаш НАН Украины, Харьков

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ ЦИКЛИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Разработана методика расчета пространственных циклически симметричных конструкций с радиальными ребрами. Проверена работоспособность предлагаемого подхода и подтверждена достоверность результатов получаемых на его основе. Относительные величины деформаций и прогибов оребренной пластины, полученные экспериментально, близки к величинам, найденным аналитически и на основе предлагаемого подхода. На основе представленной методики проведен анализ напряженно-деформированного состояния крышки поворотной-лопастной гидротурбины.

**Ключевые слова:** циклически симметричная конструкция, напряженно-деформированное состояние.

**Введение.** Пространственные циклически симметричные конструкции с радиальными ребрами находят широкое применение в машиностроении. Они являются элементами конструкций гидротурбин, прокатных станов, шахтных подъемников и т.д. [1].

Характерной особенностью таких конструкций является тот факт, что их можно представить в виде  $n$  одинаковых секторов, геометрические и механические параметры которых сохраняют свою инвариантность во время вращения на угол  $2\pi/N$  [2, 3].

При проектировании новых турбоагрегатов очень важно наличие надежной методики расчета прочностных характеристик элементов и узлов. Для решения таких задач во многих работах широко используется метод конечных элементов (МКЭ) [4, 5], что позволяет обеспечить достаточную точность и простоту создания расчетной модели [6, 7].

В настоящей работе предлагается один из возможных подходов к расчету НДС циклической симметричной пространственной конструкции, состоящей из тонкостенных элементов, – крышки гидротурбины.

© А. Н. Шупиков, С. Ю. Мисюра, 2013

**1 Постановка задачи.** Исследование НДС циклически симметричных конструкций начинается с построения модели сектора, из которых состоит исследуемый объект. На границах соседних секторов выполняются условия циклической симметрии. Во многих случаях с целью снижения веса и материалоемкости такие конструкции состоят из тонкостенных элементов (пластин и оболочек). При построении модели сектора вначале задаются ключевые точки в плоскости ребра, по которым строятся линии, затем создается модель ребра. Для получения оболочечных частей конструкции и полной модели сектора линии пересечения ребра и поверхностей оболочек поворачиваются по и против часовой стрелки на угол  $360/(2n)$ .

Поскольку в данной работе будут рассматриваться конструкции, состоящие из тонкостенных элементов, для которых отношение толщины элементов конструкции к характерному размеру не превышает  $1/10$ , применяется теория тонких пластин и оболочек. Поэтому для решения задачи используется треугольный упругий оболочечный конечный элемент (КЭ) с тремя узлами. Элемент в каждом узле имеет шесть степеней свободы: перемещения в направлении осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и повороты вокруг осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

Геометрия, расположение узлов  $I$ ,  $J$  и  $K$  и координатная система элемента показаны на рис 1.

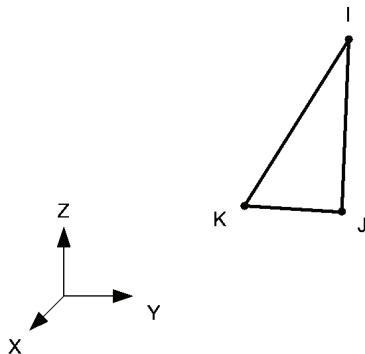


Рисунок 1 – Геометрия элемента

На модель наносится конечноэлементная сетка, после чего на границах с соседними секторами вводятся условия циклической симметрии, а также условия закрепления и нагружения конструкции.

Предлагаемый подход иллюстрируется на примере расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) двух конструкций: круглой оребренной пластины и крышки гидротурбины.

**2 Круглая оребренная пластина.** В качестве тестовой решается задача об изгибе круглой пластины с радиальными ребрами, расположенными по одну сторону от ее срединной плоскости [1]. Пластина свободно опирается по наружному контуру. Внутренний контур скреплен с абсолютно жесткой ступицей.

пицей, к ней приложена равномерно распределенная нагрузка, равнодействующая которой равна  $F$  (рис. 2).

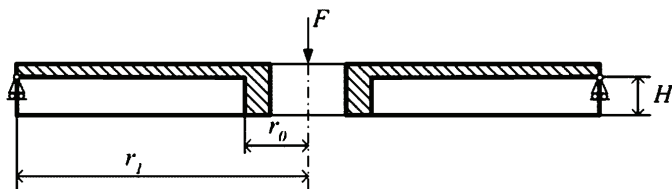


Рисунок 2 – Расчетная схема круглой пластины с радиальными ребрами

Исходные данные следующие:  $r_1 = 0,25$  м – наружный радиус пластины;  $r_0 = 0,04$  м – внутренний радиус пластины;  $H = 0,03$  м – высота ребра;  $h = 0,005$  м – толщина пластины;  $n = 16$  – количество ребер;  $b = 0,005$  м – толщина ребра.

Механические свойства материала: модуль упругости –  $E = 7,35 \cdot 10^{10}$  Па, коэффициент Пуассона – 0,33.

Создана модель сектора круглой пластины с радиальными ребрами, расположенными по одну сторону от срединной плоскости пластины (рис. 3).

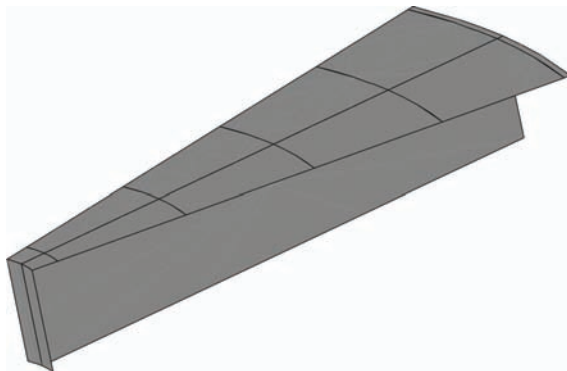


Рисунок 3 – Модель сектора круглой пластины с радиальными ребрами

На геометрическую модель нанесены треугольные оболочечные конечные элементы (рис. 4). На краях сектора заданы условия циклической симметрии, по внешнему радиусу – граничные условия свободного опирания.

Изменение прогиба вдоль радиуса пластины над ребром характеризуется кривыми, показанными на рис 5, где через  $\rho$  обозначим отношение текущего радиуса пластины к наружному –  $\rho = r/r_1$ .

На рис. 5 представлены осевые перемещения полученные численно (1), аналитически (2), и экспериментально (3).

В табл. 1 показано распределение деформации для трех значений  $\rho$  (над чертой – верх пластины, под чертой – низ ребра).

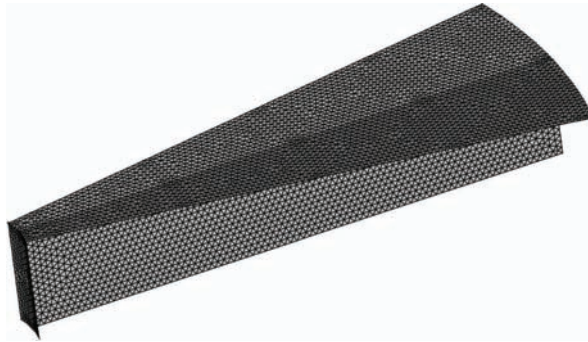


Рисунок 4 – Конечноэлементная модель сектора круглой пластины с радиальными ребрами

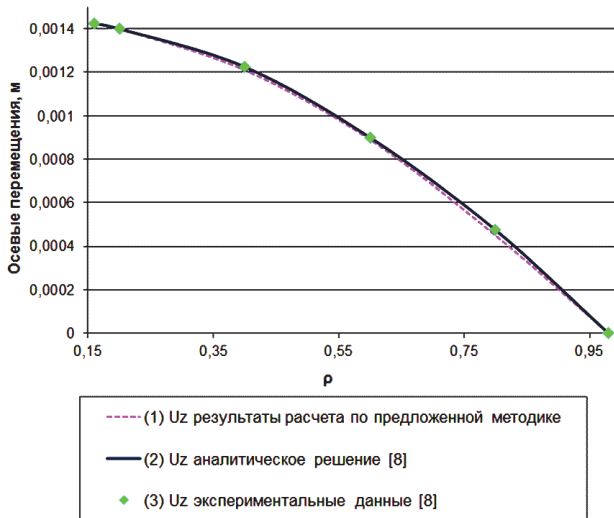


Рисунок 5 – Осевые перемещения вдоль радиуса пластины

Таблица 1 – Радиальные деформаций

ρ	Предполагаемый подход	Аналитическое решение [8]	Экспериментальные данные [8]
0,32	$\frac{-0,177}{0,797}$	$\frac{-0,2}{0,86}$	$\frac{-0,18}{0,795}$
0,52	$\frac{-0,985}{0,571}$	$\frac{-0,102}{0,59}$	$\frac{-0,10}{0,58}$
0,72	$\frac{-0,041}{0,34}$	$\frac{-0,046}{0,33}$	$\frac{-0,042}{0,317}$

На рис. 6 представлено распределение деформаций по высоте ребра и толщине пластины.

Отличие между результатами, полученными на основе предлагаемого подхода и экспериментальными данными [8], составляет от 0,2 до 7 %.



Рисунок 6 – Распределение деформаций

**3 Крышка гидротурбины.** Крышка гидротурбины является пространственной циклически симметричной конструкцией, состоящей из тонкостенных оболочек вращения, объединенных  $n$  ребрами – меридиональными пластинами сложной конфигурации (рис. 7).

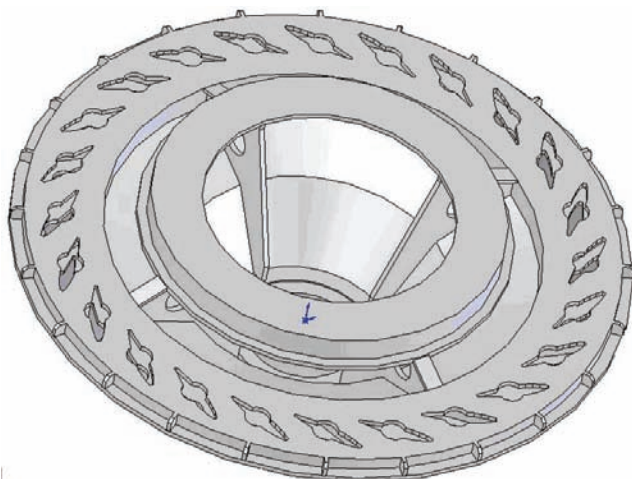


Рисунок 7 – Крышка гидротурбины

Для размещения механизмов и снижения массы узла в ребрах предусмотрены круглые отверстия. В кольцевых пластинах созданы фигурные от-

верстия в виде профиля лопатки, которые предназначены для демонтажа и ремонта отдельных лопаток без полной разборки направляющего аппарата. Габаритные размеры крышки: диаметр – 3,44 м, высота – 1,05 м.

Крышка изготавливается из листового проката стали Ст20 или его аналога ASTM A516 Gr.60. Механические свойства материала:  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа – модуль упругости;  $\nu = 0,3$  – коэффициент Пуассона;  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup> – удельный вес материала;  $\sigma_t = 215$  МПа – предел текучести;  $\sigma_b = 430$  МПа – временное сопротивление;  $[\sigma] = 0,5\sigma_t = 107,5$  МПа. – допускаемые напряжения.

Расчетная схема может быть принята в виде сектора крышки с углом раствора  $360/n$ ,  $n = 4$  (рис. 8), где  $n$  – число секторов.

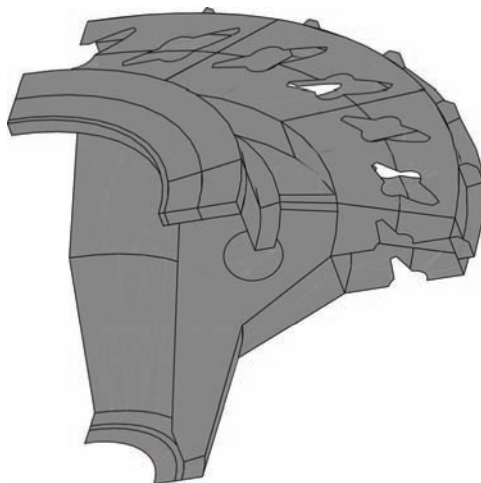


Рисунок 8 – Сектор крышки гидротурбины

Вводятся условия закрепления крышки по опорной поверхности фланца, соединяющего ее со статорным кольцом, которое считается абсолютно жестким, вдоль окружности, на которой расположены шпильки фланцевого соединения.

Вес генератора и рабочего колеса  $P = 2,45 \cdot 10^5$  Н приложен к поверхности верхнего кольца в виде эквивалентного давления (рис. 9).

В штатном режиме к днищу приложено гидравлическое давление  $q_2 = 0,0965$  МПа,

При аварийной остановке турбоагрегата давление в подводящем водоводе от радиуса окружности  $RL$ , на которой расположены лопатки направляющего аппарата, до радиуса окружности, на которой расположены шпильки фланцевого соединения  $RS$ , резко повышается от  $q_2$  до  $q_1 = 0,1254$  МПа. Поэтому численные результаты приведены именно для этого случая.

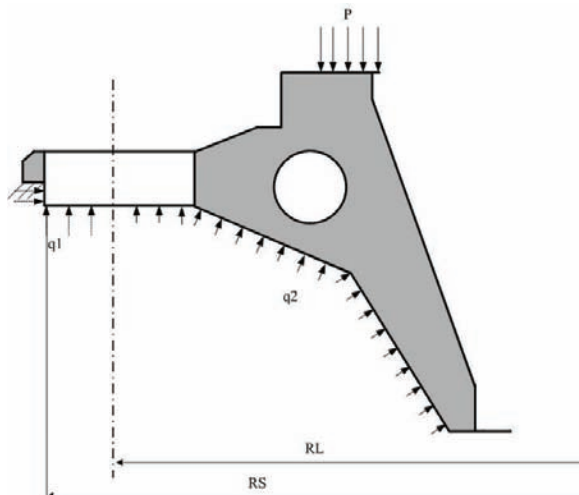


Рисунок 9 – Схема нагружения и закрепления конструкции

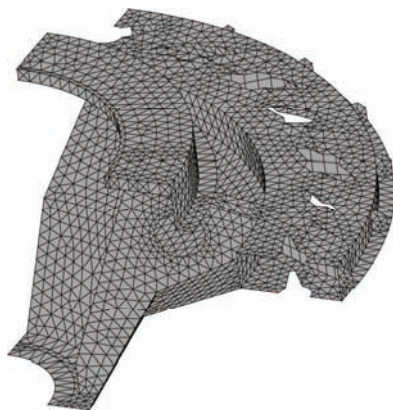


Рисунок 10 – Конечноэлементная модель сектора крышки гидротурбины

Итоговая конечноэлементная модель крышки гидротурбины (рис. 10) насчитывает 6778 элементов.

На рис. 11 дано распределение интенсивности напряжений в конструкции крышки.

В результате расчета исходной конструкции получены значения интенсивности напряжений и осевых перемещений. При этом  $\sigma_{\max} = 32,267$  МПа, а  $u_{\max} = 0,371 \cdot 10^{-3}$  м.

Максимальные напряжения возникают в ребрах, которые расположены в коробе, где проходят лопатки направляющего аппарата. Знаком (×) показана зона, в которой наблюдается концентрация наибольших напряжений.

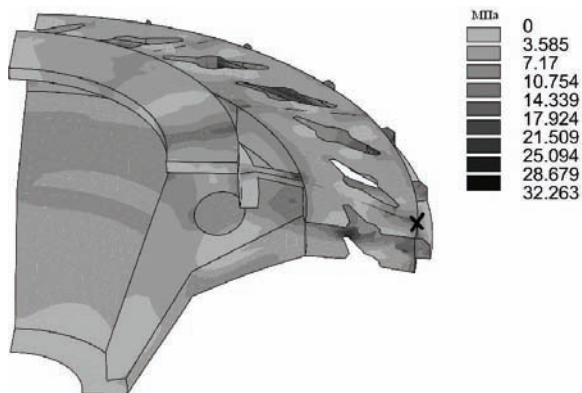


Рисунок 11 – Распределение интенсивности напряжений

**Выводы.** Представлена методика расчета пространственных циклически симметричных конструкций с радиальными ребрами.

На тестовом примере проверена работоспособность предлагаемого подхода и подтверждена достоверность результатов, получаемых на его основе. Относительные величины деформаций и прогибов ребренной пластины, полученные по предлагаемой методике, близки к экспериментальным данным [8] и найденным аналитически. Из полученных результатов видно, что расхождение колеблется от 0,2 до 7 %.

На основе представленной методики проведен анализ напряженно-деформированного состояния крышка поворотно-лопастной гидротурбины.

Максимальные напряжения не превышают допустимых значений.

**Список литературы:** 1. Фам Динь Ба Устойчивость вынужденных нелинейных колебаний циклически-симметричных пластин / Фам Динь Ба // <http://www.dissercat.com/content/ustoichivost-vynuzhdennykh-nelineinykh-kolebaniy-tsiklicheski-simmetrichnykh-plastin#ixzz2knwxD3Bb>. 2. Ларін О.О. Дослідження вимушених коливань тривимірних цикло-симетричних конструкцій з випадковим розладом методом МОНТЕ-КАРЛЮ / О.О. Ларін // Вестник НТУ «ХПІ». Динамика и прочность машин. – 2008. – Вип. 47. – С. 190-197. 3. Лукин Б.С. Об исследовании колебаний циклически симметричных конструкций методом конечных элементов / Б.С. Лукин // Вестник НТУ «ХПІ». Динамика и прочность машин. – 1979. – Вип. 31. – С. 12-21. 4. Борискин О.Ф. Математическое моделирование сложных механических систем с циклической поворотной симметрией / О.Ф. Борискин, Д.А. Насонов // Математическое моделирование сложных технических систем: сборник статей МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 1998. – № 572. – С. 3-10. 5. Борискин О.Ф. Расчет колебаний лопаток и рабочих колес турбомашин с использованием свойств поворотной симметрии / О.Ф. Борискин, Д.А. Насонов // Математическое моделирование сложных технических систем: труды МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 1998. – № 576. – С. 46-55. 6. Медведовская Т.Ф. Оценка прочности и ресурса рабочего колеса и несущей конструкции насосной турбины киевской ГАЭС / Т.Ф. Медведовская, И.Е. Ржевская, А.В. Медведовский, Е.В. Ганчин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 8 (95). – С. 178-183. 7. Медведовская Т.Ф. Анализ напряженно-деформированного состояния и динамика элементов конструкций гидротурбин / Т.Ф. Медведовская, И.Е. Ржевская // Вибрації в техніці та технологіях. – 2012. – № 2 (66). – С. 76 – 81. 8. Рубач О.М. Изгиб круглых пластин, усиленных радиальными ребрами / О.М. Рубач // Тр. Ин-та строительной. механики АН УССР. – 1955. – № 20. – С. 132 – 147.

Поступила в редколлегию 07.10.2013.



**Расчет напряжений циклически-симметричных пространственных конструкций / А. Н. Шупиков, С. Ю. Мисюра // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 63 (1036). – С. 139-147. – Бібліогр.: 8 назв.**

Розроблено методику розрахунку просторових циклічно симетричних конструкцій з радіальними ребрами. Перевірена працездатність запропонованого підходу і підтверджено достовірність результатів одержуваних на його основі. Відносні величини деформацій і прогинів орібренної пластини, отримані експериментально, близькі до величин, які знайдено аналітично і на основі запропонованого підходу. На основі представлені методики проведено аналіз напружено-деформованого стану кришки поворотно-лопатевої гідротурбіни.

**Ключові слова:** циклічно симетрична конструкція, напружено-деформований стан.

The method for calculation of spatial cyclically symmetric structures with radial ribs was developed. The functionality of the proposed approach was checked and the accuracy of the results obtained from it was confirmed. The relative values of strains and deflections of the ribbed plate obtained experimentally, close to the values found analytically and on the basis of the proposed approach. The analysis of the stress-strain state of the kaplan turbine lid was carried out on the basis of this method.

**Key words:** cyclically symmetric structure, stress-strain state.

**H. TAHARZADEH**, PHD student, NTU «KPI»;

**K. V. AVRAMOV**, doctor of engineering science, NTU «KPI»

## ON VIBRATION OF CLAMPED-FREE CYLINDRICAL SHELL

Для расчета собственных частот и форм колебаний консольных цилиндрических оболочек применяется метод Релея-Ритца. Анализируются свойства сопряженных собственных форм колебаний. Результаты расчетов сравниваются с данными конечноэлементного анализа.

**Ключевые слова:** метод Релея-Ритца, собственные частоты, собственные формы.

**1 Introduction.** Cylindrical shells are widely used in mechanical and aerospace engineering. Theory of linear vibration of cylindrical shells is treated by Lissesa [1]. The modern state of art of shells free vibration is treated in the book of Amabili [2]. The applications of asymptotic methods to nonlinear vibrations of cylindrical shell are treated in the paper [3]. The linear and nonlinear vibrations of cantilever shell with rigid disk at the end are analyzed in the paper [4]. The forced vibrations of the cantilever cylindrical shell are analyzed in the paper [5]. The authors used the Chebyshev polynomials to approximate the shell displacements. Parametric vibrations of cylindrical shells and influence of initial imperfections on